

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazolja, hogy $5 - 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 1$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 4$ függvény. Határozza meg az a valós számot, amelye $f(a) = 2$.
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{4 + 2x} = 2$ egyenletet!
- 5p 4. Egy termék ára 90 lej. Határozza meg a termék árát egy 10% -os áremelés után!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1,4)$, $B(5,0)$ és $M(a,b)$ pontok, ahol a és b valós számok. Határozza meg az a és b valós számokat tudva azt, hogy M az AB szakasz felezőpontja!
- 5p 6. Az A -ban derékszögű ABC háromszögben a C szög mértéke 30° és $AB = 3$. Igazolja, hogy $BC = 6$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ és $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazolja, hogy $\det A = 2$.
- 5p b) Igazolja, hogy $A + 2B = 3C$.
- 5p c) Határozza meg az x valós számokat, amelyekre $\det(B \cdot C + x(A - C)) = 0$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = (x + 2y)(y + 2x) + 2$ műveletet.
- 5p a) Igazolja, hogy $1 * 1 = 11$.
- 5p b) Határozza meg az x valós számokat, amelyekre $x * 0 = 4$.
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy $x * \frac{1}{x} > 7$ bármely x nullától különböző valós szám esetén!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 1$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = 10x^2(x^2 + 2x - 3)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozza meg az f függvény grafikus képének $x = 0$ abszcisszájú pontjában, az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy $2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 3 \geq 0$, bármely $x \in [-3, +\infty)$ esetén!
2. Adott az $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x + \frac{2}{x+1}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{2}{x+1} \right) dx = 12$.
- 5p b) Igazolja, hogy $\int_0^1 (f(x) - 6x) dx = 2 \ln 2$.
- 5p c) Határozza meg az a valós számot, amelyre $\int_1^e \left(f(x) - \frac{2}{x+1} \right) \cdot \ln^2 x dx = \frac{a(e^2 - 1)}{2}$.