Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

THEMA I (30 Punkte)

5p **1.** Bestimme das Glied a_1 der arithmetischen Folge $(a_n)_{n\geq 1}$, wenn $a_2 = 6$ und $a_3 = 12$.

5p **2.** Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x-5$. Bestimme die reelle Zahl a so, dass $f(a)+f(2a)=2$.

5p **3.** Löse in der Menge der reelle Zahlen die Gleichung $5^x \cdot \frac{1}{5} = 25$.

5p **4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit , dass eine gewählte natürliche zweistellige Zahl , ein Vielfaches von 16 ist.

5p **5.** In dem kartesischen Koordinatensystem xOy sind die Punkte $A(3,2)$ und $B(1,4)$ gegeben. Bestimme die Koordinaten des Punktes C , so, dass der Punkt A die Mitte der Strecke BC ist.

5p **6.** Gegeben ist der Ausdruck $E(x) = \sin x + \sin\frac{3x}{2} - \cos\frac{x}{2}$, wo x eine reelle Zahl ist. Zeige, dass $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$.

THEMA II (30 Punkte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $B(x) = \begin{pmatrix} x & 3-x \\ 2-x & x \end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige ,dass $\det A = 0$.

5p **b)** Zeige ,dass $B(x) - B(0) = xA$, für jede reelle Zahl x.

5p **c)** Zeige ,dass die Matrix $C(a) = B(a)\cdot B(1) - B(a+1)$ umkehrbar ist, für jede ganze Zahl a ist.

2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die Verknüpfung $x * y = (2x-1)(2y-1)+1$.

5p **a)** Zeige ,dass $1 * 2 = 4$.

5p **b)** Bestimme die reellen Zahlen x so, dass $x * x = 2$.

5p **c)** Bestimme die ganze , von Null verschiedene Zahl m so, dass $m * \left(1+\frac{1}{m}\right) = 1$.

THEMA III (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2+1+\ln x$.

5p **a)** Zeige ,dass $f'(x) = \frac{4x^2+1}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Zeige ,dass $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-\ln x}{x^2+x+4} = 2$.

5p **c)** Beweise , dass die Funktion f bijektiv ist.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x\left(e^x+2x^2\right)$.

5p **a)** Zeige ,dass $\int_0^4 \frac{f(x)}{e^x+2x^2}\,dx = 8$.

5p	**b)** Zeige ,dass $\int_0^1 \left(f(x)-2x^3\right)dx=1$.
5p	**c)** Bestimme die reelle Zahl a so, dass $\int_1^2 \frac{1}{x}\cdot f\left(x^2\right)dx=\frac{e^4-e}{2}+a$.